ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В КЛАССИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Тезисы докладов научно-методической конференции
преподавателей математического факультета
Ярославского государственного университета
им. П. Г. Демидова

ББК Ч 486.24/29
П 72
УДК 51:37

Преподавание математики в классическом университете: Тезисы докладов научно-методической конференции преподавателей математического факультета Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова / Отв. за выпуск доц. М.В. Невский; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль, 2005. 40 с.

Содержатся тезисы докладов участников научно-методической конференции преподавателей математического факультета Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова (февраль 2005 г.). Основное внимание уделено актуальным вопросам преподавания математики в университете в рамках основных и специальных дисциплин и вопросам повышения эффективности учебного процесса.

Материалы публикуются в авторской редакции.

СОДЕРЖАНИЕ

О контроле знаний студентов

В.Е. Балабаев, В.А. Краснов

При работе со студентами предлагается рейтинговая система оценки зна- Она позволит осуществить регулярный контроль деятельности каждого нта в течение всего семестра по следующим направлениям: сдача коллок- ов, выполнение аудиторных контрольных работ, написание рефератов и лнение индивидуальных домашних заданий.

Контроль над проработкой отдельных теоретических разделов курса осу- вляется на коллоквиуме, причём полезным, с нашей точки зрения, является дение коллоквиума таким образом, чтобы в процессе подготовки ответов нты могли использовать любую учебную и справочную литературу. В случае их усилия затрачиваются не на запоминание материала, а на его из и обобщение.

Для написания реферата каждому студенту необходимо подобрать и изу- специальную литературу по заданной теме, самостоятельно составить реферата, согласовав его с преподавателем. В конце реферата студент одит собственные выводы, основанные на изучении литературы.

Для выполнения индивидуальных домашних заданий студентам очень час- иходится прибегать к помощи преподавателя, причём эффективность ин- уальных консультаций в этом случае намного выше по сравнению с кон- тациями, организованными преподавателем. Кроме этого, рейтинговая сис- активизирует усвоение курса, повышает состязательность, даёт возмож- каждому сравнить результаты своей работы и работы других студентов. енты убеждаются в том, что лишь активная работа в течение всего семест- зволяет рассчитывать на успешное завершение курса.

По каждому из направлений работы определяется текущий рейтинг (4 раза местр), при этом качественно выполненные и сданные в срок задания оце- ются максимальным количеством баллов. Оценка на традиционном экза- очень часто не отражает истинного уровня знаний студентов и носит ктивный характер. При рейтинговой системе оценки знаний успевающие енты экзамен могут не сдавать.

Для преподавателя рейтинговая система оценки знаний предполагает пол- перестройку всей учебной работы, увеличения часов индивидуальных кон- таций и большую работу по методическому обеспечению учебного процес- но значительно стимулирует деятельность преподавателя по повышению й квалификации.

Достоинства рейтинговой системы: стимулирует систематическую работу ента в течение семестра; улучшает усвоение материала; облегчает переход колы к вузу; позволяет при хорошей текущей успеваемости получить более высокую оценку на экзамене; дает возможность учесть работу студента в семестре даже на экзамене по дисциплине, по которой нет зачета.

Недочеты и трудности в реализации рейтинговой системы: при любом виде контроля каждый студент должен получить количественную оценку (не допускаются оценки "зачтено" и "не зачтено"), что требует большего внимания на проверку; разная требовательность преподавателей, ведущих практические занятия; критерии оценок на разных факультетах могут отличаться.

В целом рейтинг, на наш взгляд, позволяет лучше организовать самостоятельную работу студентов и способствует улучшению их успеваемости.

О некотором опыте преподавания дисциплины «Дискретная математика»

М. А. Башкин, В. Г. Дурнев

Государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по специальности 010100 «Математика» и по направлениям 510100 «Математика» и 511200 «Математика. Прикладная математика» в цикле «Общепрофессиональные дисциплины» включают в себя дисциплину «Дискретная математика» общей трудоемкостью 100 часов, которая более десяти лет тому назад была включена в учебный план по специальности 010100 «Математика», а еще раньше в учебный план по специальности 010200 «Прикладная математика». Последнее обстоятельство, как нам кажется, существенным образом повлияло на формирование программы этой дисциплины - она включает в себя, на наш взгляд, достаточно много разнообразного материала, который к тому же весьма неоднороден, что создает определенные трудности его изложения, которые усугубляются из-за постоянного дефицита времени.

На протяжении нескольких лет нами практикуется следующий вариант преподавания этой дисциплины.

Начальные разделы программы: «Элементы комбинаторики», «Графы», «Потоки в сетях» и «Дискретные экстремальные задачи» отрабатываются, в основном, на практических занятиях, так как в этих темах, как нам кажется, основное внимание должно быть уделено соответствующим алгоритмам, включая их обоснование и оценки сложности. Подобный материал на лекциях излагать бывает достаточно затруднительно из-за ослабевания интереса слушателей. На лекциях по этим темам лишь вводятся основные понятия, формулируются проблемы и теоремы, а остальное отрабатывается на практических занятиях и при самостоятельной работе студентов.

Основные темы, в этот период излагаемые на лекциях, - это «Булевы функции» и «Функции k-значной логики». Причем, если первая тема излагается весьма подробно со всеми необходимыми доказательствами, то вторая - в обзорном порядке, при этом особо подчеркивается специфика случая $k>2$. На

практических занятиях этим темам уже уделяется меньше времени ввиду его дефицита.

При изучении тем «Синтез и сложность управляющих систем» и «Теория кодирования» поддерживается «паритет» между лекциями и практическими занятиями.

Заключительные темы «Конечные автоматы», «Регулярные события и языки» подробно освящаются на лекциях и отрабатываются на практических занятиях.

При таком подходе, как нам кажется, удается рассмотреть весь определенный государственными образовательными стандартами материал, правда с различной степенью подробности.

В заключение отметим, что определенные трудности при изучении дисциплины «Дискретная математика» создает отсутствие соответствующих государственным образовательным стандартам учебников, учебных пособий и сборников задач по этой дисциплине. Хотя некоторые книги, конечно, есть, но они либо весьма специфичны по стилю изложения, либо не включают весь необходимый материал, изложенный с единых позиций: трудно при изложении столь разнообразного материала соблюсти чувство меры.

Конструирование задач как вид учебной деятельности

Л. П. Бестужева

Хорошо известны слова Д. Пойа о том, что математический опыт учащегося нельзя считать полным, если он не имел возможности решить задачу, изобретенную им самим. Значение умения составлять задачу хорошо понимал П.М. Эрдниев, включив в понятие УДЕ (укрупненная дидактическая единица) в качестве одного из подходов к обучению обеспечение единства процессов решения и составления задач.

Практикум по решению задач входит в блок специальных дисциплин для получения дополнительной квалификации «Преподаватель». Современная школа нуждается в учителе, владеющем навыками исследовательской работы с задачами. Конструирование задач рассматривается как средство, обеспечивающее целостность профессиональной подготовки, состоящей в формировании взаимообусловленных предметных, психолого-педагогических и методических знаний и умений, как основы развития исследовательских умений и навыков, необходимых учителю при работе с задачами.

Мыслительный процесс создания задачи организуется через формирование системы специальных знаний и умений, основу которых составляют эвристики. Усвоение эвристических приемов поиска решения задач подводит к пониманию их значения для изобретения новых задач. С другой стороны, использование эвристических приемов для изобретения задач позволяет глубже проникнуть в их сущность Задача выступает как предмет эвристической деятельности, если речь идет о ее решении. Изобретенная задача – продукт эвристической деятельности, характеризующий ее как творческую. Заметим, что значительная часть студентов пользуется приемами эвристической деятельности, иначе они бы не смогли бы вообще решать задачи. Однако большинство из них не может сформулировать сущность приема, а некоторые и не осознают его. Для того, чтобы не только уметь решать задачи, но и уметь обучать этому других , необходимо сознательное усвоение эвристических приемов. Высокая степень осознания мыслительной деятельности достигается при конструировании задач (самоконтроль, самооценка, внутренний диалог, саморегуляция, прогноз).

Проблема включение изучения эвристик в содержание подготовки преподавателя математики связана с выбором «подходящих» задач. Конкретные реализации эвристической деятельности, представленные в различных публикациях, касаются в основном одной предметной области - геометрии. На наш взгляд, эффективное включение эвристик в содержание обучения могут обеспечить уравнения и неравенства с параметрами. Кроме того, при их решении и конструировании как правило, приходится актуализировать знания и умения, относящиеся, как говорят, к разным темам школьного курса математики. Таким образом, задачи с параметрами выступают средством целенаправленной и, следовательно, управляемой интеграции знаний.

Одним из самых простых и доступных приемов конструирования задач является аналогия. Составление новой задачи по аналогии состоит в замене отдельных элементов «готовой» задачи и отношений между ними на аналоги этих элементов и отношений между ними. Не менее эффективным приемом конструирования задач является обобщение и конкретизация. Перечислим и такие приемы поиска решения и конструирования задачи как равносильное преобразование требования задачи, разбиение задачи на подзадачи, формулировка промежуточных задач, видоизменение задачи (варьирование задачи, поиск ее различных формулировок), переход к эквивалентным задачам. Отметим также прием «чтения» графика как наиболее важный для умения решать и конструировать задачи с параметрами. Под «чтением» графика будем понимать выделение элементов графика и их осмысление с точки зрения различных понятий.

О содержании, целях и задачах курса «НОШКМ (геометрия)»

Ю.И. Большаков

Целью геометрической части курса «Научные основы школьного курса математики (НОШКМ)», в соответствии с его названием, служит освещение основ построения и преподавания геометрии в рамках школьного курса математики. К числу первоочередных задач курса следует отнести следующие:

- формирование у студентов – будущих преподавателей математики в школе – критического отношения к содержанию и идеологии построения существующих учебников и учебных пособий по геометрии в школьном курсе математики с той целью, чтобы подобное отношение к предмету они формировали и у своих учеников;

- подготовка к проведению сравнительного анализа учебников по принципу различных логических подходов их построения;

- освещение различных путей обхода возможных трудностей, возникающих у учащихся в процессе преподавания и освоения предмета.

Содержание курса, которое раскрыто нами ниже, направлено на реализацию поставленных выше задач. Оно не предполагает изучения содержания учебников геометрии, не включает в себя детального исследования логических схем построения подобных курсов, а в нём отражены проблемы школьной геометрии в свете идей современной геометрии. Это обстоятельство позволяет студентам обрести как бы внешний взгляд с позиций современной геометрии на школьную геометрию и проблемы, возникающие при её преподавании, что, безусловно, идейно обогатит как школьного учителя, так и его учеников. В частности, подобный подход в изучении курса «НОШКМ (геометрия)» даст возможность наиболее способным студентам иметь свой взгляд на проблемы преподавания математики в школе, и, быть может, подготовить и реализовать свою собственную программу обучения наиболее одарённых учеников, разработав, при этом, соответствующее методическое обеспечение курса школьной геометрии.

В содержание курса включены следующие разделы:

1. обзор существующих в современной литературе различных подходов к понятию вектора и их эквивалентность (6 различных определений);

2. определение аффинной плоскости и его взаимосвязь с транзитивным и эффективным действием аддитивной группы $\boldsymbol{R}^2$ на ней;

3. знакомство с основными матричными группами школьной планиметрии и их действием на плоскости $\boldsymbol{R}^2$;

4. сравнение двух определений $\boldsymbol{G}$-инварианта множества $\boldsymbol{X}$ и клейновский подход к геометрии;

5. вычисление всех алгебраических инвариантов ортогональной группы $\boldsymbol{O}_2$, действующей на $\boldsymbol{R}^2$.

В процессе изложения курса отчётливо прослеживается идея математического моделирования и изоморфизма различных математических структур. Делается это путем рассмотрения конкретных примеров, в которых осуществляется явное построение соответствующих отображений, устанавливающих изоморфизм между рассматриваемыми в данном примере структурами.

Курс «НОШКМ (геометрия)» служит добротной основой для чтения более содержательного специального курса «Научных основ школьного курса геометрии».

О некоторых задачах по теме «Определители»

Г. М. Бродский

Известное высказывание П. С. Моденова «Задачи не придумывают, их коллекционируют» ориентирует составителей задачников на использование богатого опыта, накопленного их предшественниками. На конкретных примерах показывается целесообразность наряду с учетом этого совершенно справедливого тезиса вести дальнейшую работу по улучшению предлагаемого студентам набора задач и совершенствованию методики их решения.

Пример 1. В ряде задачников содержатся задачи такого типа: в развернутом выражении определителя

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$$

найти коэффициенты при x^4 и x^3. Эти задачи на формулу полного развертывания определителя можно решить и непосредственным вычислением определителя без использования указанной формулы. В качестве задачи, при решении которой без применения этой формулы не обойтись, предлагается следующая. Пусть в $n \times n$-матрице $A = (a_{ij})$ все элементы — фиксированные действительные числа за исключением элементов побочной диагонали $a_{1n}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{n1}$ и элементов a_{11}, a_{2n}, a_{nn}, которые полагаются равными x. Найти наибольшую возможную степень многочлена $f(x) = |A|$.

Пример 2. Задачи на вычисление определителя порядка n методом рекуррентных соотношений в задачниках подобраны так, что соответствующее рекуррентное уравнение выполняется при $n \geq 3$ и требует получения начальных условий для $n = 1$ и $n = 2$. Для предупреждения возможных ошибок студентов предлагается использовать и задачи, сводящиеся к решению рекуррентного уравнения при $n \geq 4$. Такова, например, задача вычисления определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 12 & 6 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 12 & 6 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 12 & \ldots & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & \ldots & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 12 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 6 & 12 \end{vmatrix}.$$

Пример 3. Задачи на вычисление методом рекуррентных соотношений определителя порядка n с действительными элементами в случае комплексных корней соответствующего характеристического многочлена вообще отсутствуют в задачниках или, в лучшем случае, приведены в разделе «Комплексные числа». Между тем решение их не требует привлечения комплексных чисел.

О внутрипредметных и межпредметных связях курса «Геометрия и алгебра» для студентов специальности 010200 и направления 510200 «Прикладная математика и информатика»

Г.М. Бродский, М.Л. Мячин

Приводятся примеры внутрипредметных связей курса геометрии и алгебры, представляющие интерес для его преподавания, но не отраженные в учебной литературе по этому курсу.

Теорема о делении с остатком в кольце многочленов $K[x]$ дает разложение векторного пространства $K[x]$ над полем K в прямую сумму подпространства многочленов, делящихся на фиксированный многочлен $g \in K[x] \setminus \{0\}$, и подпространства многочленов степени $< \deg g$.

Сведение задачи деления с остатком многочлена $f \in K[x]$ на $g \in K[x] \setminus \{0\}$ к треугольной системе линейных уравнений приводит к алгоритмам ее решения, отличным от деления уголком: методу Гаусса и обобщенной схеме Горнера.

Нахождение НОД(f, g) для $f, g \in K[x]$ также можно осуществить методом Гаусса.

Задачи обращения и деления комплексных чисел очевидным образом сводятся к решению систем линейных уравнений. Применение для их решения правила Крамера и метода Гаусса приводит соответственно к обычным и оптимальным (по числу используемых операций умножения и деления действительных чисел) алгоритмам их решения.

В преподавании курса геометрии и алгебры предлагается также использовать мотивировки и иллюстрации прикладного характера, намечающие его связи с рассматриваемыми в спецкурсах вопросами компьютерной алгебры, теории кодирования, криптографии, последовательных и параллельных численных методов, компьютерной геометрии, цифровой обработки сигналов и т.д.

При изучении таких свойств алгебраических операций, как коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность, можно показать их использование для построения эффективных последовательных и параллельных алгоритмов.

Например, вычисление результата любой ассоциативной операции распараллеливается с помощью метода рекуррентного сдваивания. В частности, ассоциативность умножения матриц позволяет внести параллелизм в сугубо последовательные вычислительные процессы, задаваемые линейной рекурсией первого порядка, типичным примером которой является схема Горнера.

Среди наиболее доступных первокурсникам приложений колец вычетов - модульная арифметика, используемая в компьютерной алгебре для организации вычислений с целыми числами, и контроль по модулю, позволяющий контролировать работу сумматоров.

При изложении теории делимости в областях целостности полезно наряду с кольцами $\mathbf{Z}$ и $K[x]$ отметить случай кольца целых гауссовых чисел $\mathbf{Z}[i]$, используемого в цифровой обработке сигналов.

Среди других близких курсу геометрии и алгебры вопросов, связанных с цифровой обработкой сигналов, можно упомянуть быстрый поворот, быстрое транспонирование матрицы и алгоритмы вычисления свертки и дискретного преобразования Фурье.

О преподавании дисциплины «Методы оптимизации и вариационное исчисление» студентам специальности 010100 «Математика»

Т.Г. Бычкова, В.С. Климов

Дисциплина «Методы оптимизации и вариационное исчисление» давно включена в учебные планы математических специальностей университетов. Имеющаяся программа по этой дисциплине на взгляд авторов доклада отличается чрезмерной широтой; она явно не соответствует количеству часов, отводимых учебным планом по этой специальности. В настоящее время учебный план предусматривает одинаковое количество часов (36) для лекций и практических занятий. В последние два года удалось (за счет региональной компоненты) увеличить количество лекционных часов до 54, однако и после этого втиснуть весь материал, предусмотренный программой, не представляется возможным.

В связи с этим перед лектором постоянно возникает весьма нетривиальная задача об отборе наиболее важных тем и наилучшей организации подачи материала. Около 36 часов отводится на изучение оптимизационных задач в конечномерном пространстве. Эта часть разбита на три последовательно изучаемые темы: 1) нелинейная оптимизация; 2) выпуклая оптимизация; 3) линейная оптимизация. Здесь обсуждаются разрешимость оптимизационных задач, необходимые и достаточные условия оптимума, численные методы решения. Положения общего характера иллюстрируются на примерах, возникающих в геометрии, физике и экономике и т.п.; степень подробности изложения меняется в зависимости от уровня подготовки слушателей.

На изложение вариационного исчисления остается около 18 часов. За это время удается рассмотреть лишь простейшую вариационную задачу и некоторые её ближайшие обобщения (задача Больца, изопериметрическая задача). Основное внимание уделяется необходимым условиям оптимальности; достаточные условия оптимальности обсуждаются лишь применительно к простейшей вариационной задаче. Многочисленные приложения вариационного исчисления к физике и механике, теории управления и экономике в лучшем случае лишь упоминаются. На наш взгляд, решение соответствующих задач должно составлять темы курсовых и дипломных работ. В этом плане кафедра математического анализа накопила достаточно богатый опыт.

Продолжением основного курса на кафедре является спецкурс «Численные методы решения экстремальных задач» для студентов группы специализации. На нем подробно обсуждаются алгоритмы численной минимизации функций одной и нескольких переменных и их компьютерная реализация. При этом рассматриваются алгоритмы как безусловной, так и условной оптимизации. Среди них – метод покоординатного спуска, градиентный, метод штрафных функций и др. Предполагается и написание студентами программ на выбранном ими языке программирования, реализующих тот или иной метод. Хочется особо подчеркнуть, что мы также стремимся ориентировать студентов на использование известных прикладных программ для решения конкретных оптимизационных задач. В рамках данного спецкурса мы знакомим их с решением задач линейного и выпуклого программирования, численным решением задач вариационного исчисления в электронных таблицах Excel из пакета Microsoft Office. Планируется в дальнейшем расширить этот набор, включив в него и другие прикладные программы, такие как «Математика», «Maple» и т. д.

Лабораторный практикум по нелинейным колебаниям для студентов математических специальностей

С.Д. Глызин, М.В. Лоханин

Более чем столетняя история исследования нелинейных эффектов в механике и прогресс в теории нелинейных колебаний, достигнутый в последние десятилетия, до сих пор, на наш взгляд, не находит достойного отражения в университетских курсах теоретической механики, теории дифференциальных уравнений и, тем более, в лабораторных практикумах. Такое положение вещей приводит к серьезным пробелам концептуального характера в знаниях студентов математических и физических специальностей, у которых появляется предубеждение, что линейной теории более чем достаточно для понимания, например, механических колебаний. В ряде ведущих вузов России, среди которых необходимо отметить Саратовский и Нижегородский университеты, имеются специальные физические практикумы, где экспериментально изучаются некоторые механические системы, обнаруживающие сложное нелинейное поведение.

Причин, по которым складывается такая ситуация несколько. Во-первых, существующие программы не предусматривают физического практикума у студентов математических специальностей вообще, а у студентов физических специальностей практикум по механике проходит на первом курсе, когда их знаний по математике недостаточно для понимания материала. Во-вторых, эксперимент, в котором могут быть обнаружены и ясно показаны, например, бифуркация удвоения периода или хаотическое поведение механической системы технически достаточно сложен.

Нами предлагается относительно простое решение указанной проблемы, не претендующее на серьезную перестройку существующих курсов. Такое решение возможно в рамках семестрового специального физического практикума, состоящего из четырех- пяти лабораторных работ, который должен проводиться на третьем-четвертом курсе при интенсивном использовании современной вычислительной техники. Особенностью таких работ является использование простейших аналогово-цифровых преобразователей (специальных измерительных или в худшем случае звуковых карт) для регистрации процессов и последующей математической обработки (например, построения фазовых траекторий, вычисления статистических показателей), которая позволяет ясно увидеть сущность явления и определить его теоретические характеристики.

В качестве примера такой лабораторной работы предлагается изучение больших колебаний физического маятника под действием момента, изменяющегося по гармоническому закону. В этом эксперименте на вал двигателя постоянного тока, например, миниатюрного ДПМ устанавливается эксцентрик, а через обмотки двигателя пропускается переменный ток, закон изменения которого синтезируется при помощи цифроаналогового преобразователя. Амплитуда и частота тока могут задаваться с высокой точностью и в широких пределах благодаря цифровому синтезу. Задача эксперимента состоит в регистрации отклонений эксцентрика в памяти компьютера с последующей математической обработкой результатов. Изменение параметров внешнего воздействия позволит пронаблюдать в данной механической системе переход от упорядоченных периодических или квазипериодических колебаний к хаосу.

Кроме указанной работы, в спецпрактикум может быть включено изучение упругих систем с эйлеровой неустойчивостью, а также наблюдение нестабильности излучения лазерного диода при наличии обратнорассеянного света. Этот список, естественно, может быть продолжен.

В заключение отметим, что описываемый практикум мог бы предоставить возможность, хотя бы в какой-то степени противостоять, так называемому, «виртуальному эксперименту», получившему в последнее время широкое распространение.

Работа кафедры теории функций и функционального анализа по совершенствованию организации учебного процесса

В.Л. Дольников, И.П. Иродова, М.В. Невский, Ф.И. Папоркова, Н.А. Стрелков

1. Мероприятия по совершенствованию качества преподавания, повышению эффективности традиционных видов учебных занятий, внедрению новых методов обучения:

- согласование основных и специальных дисциплин с целью создания единого комплекса, обеспечивающего логическую преемственность, взаимное дополнение, актуальность читаемых курсов;
- межсессионные аттестации;
- индивидуальная работа со студентами (консультации, рефераты, доклады, индивидуальные задания и т.п.);
- контрольные работы для студентов-старшекурсников, проверяющие прочность знаний по фундаментальным вопросам, изучавшимся на младших курсах;
- обеспечение тесного взаимодействия всех специализирующихся на кафедре студентов 3 - 5 курсов с целью создания единого студенческого кафедрального коллектива (общие семинары для старшекурсников, использование при выполнении курсовых и дипломных работ результатов студенческих исследований предыдущих лет, наследственность тематики студенческих научных работ и т. п.).

2. Мероприятия по индивидуализации учебного процесса.

а) По основным математическим дисциплинам кафедры:

- индивидуальные задания, учитывающие уровень конкретного студента;
- занятия с небольшими группами, посвященные обсуждению заранее подготовленных студентами тем;
- индивидуальные консультации как для слабо подготовленных студентов, так и для всех желающих.

б) Индивидуальная работа со студентами 3 - 5 курсов, специализирующихся на кафедре, ведется в основном в рамках выполнения курсовых и дипломных работ. Как правило, это частые и довольно продолжительные беседы, требующие от преподавателя значительных затрат времени, не идущих ни в какое сравнение с официально запланированными. Характер этих бесед во многом зависит от степени подготовленности и работоспособности студента. Наиболее сильные студенты переводятся на индивидуальный план обучения.

3. Формы организации самостоятельной работы студентов:

- часть материала основных и специальных курсов выносилась на самостоятельное изучение с указанием литературы;
- проводились консультации по предлагаемым темам;

- в ряде случаев наряду с преподавателями участие в контрольных мероприятиях по сдаче тем принимали и хорошо зарекомендовавшие себя студенты;
- имеется день, свободный от аудиторных занятий; подразумевается, что этот день студенты посвящают самостоятельной работе.

Тема «Жорданова форма матрицы линейного оператора» на практических занятиях

И.П. Иродова, С.И. Яблокова

Тема «Жорданова форма матрицы линейного оператора» – одна из самых трудных в курсе «Линейная алгебра». Сложность прежде всего заключается в том, что для ее понимания студенты должны хорошо усвоить практически весь предыдущий материал курса (теорию линейных пространств и линейных операторов). Кроме того, доказательство основной теоремы о жордановой нормальной форме оператора трудоемко и, как правило, занимает несколько лекций. Поэтому на практические занятия ложится большая нагрузка: нужно объяснить решения задач как можно проще, чтобы прояснить во время вычислений и доказательство теоремы.

Целесообразно начинать с операторов действующих в $\mathbf{R}^3$, где ответ можно получить почти сразу, вычислив геометрическую кратность собственных векторов.

Далее нужно выбирать матрицы операторов больших размеров. Только на таких матрицах можно понять теорему Жордана. Но с большой матрицей возникают свои сложности – трудно найти собственные значения оператора, поэтому приходится работать с матрицами, простыми для вычислений.

Следующий этап – построение канонического базиса. Существует несколько подходов к решению этой задачи. Для построения базисов циклических подпространств можно идти по цепочке от собственного вектора к присоединенным более высокого порядка. А можно идти в обратном направлении – от корневого вектора наибольшей высоты к собственному. Первый подход наглядней иллюстрирует теорему Жордана, однако, недостатком его является то, что приходится много раз решать систему линейных уравнений, не зная заранее, разрешима ли она. Второй подход к построению базиса позволяет по корневому вектору максимальной высоты построить всю базисную цепочку. Однако нужно возводить матрицу линейного оператора в соответствующую степень, что тоже не вызывает восторга у студентов.

В целом второй подход предпочтительнее, поскольку по рангам матрицы линейного оператора можно сразу понять, клетки каких размеров должны быть в жордановой форме, и соответственно искать базисы циклических подпространств. При первом подходе можно говорить только о числе жордановых клеток, размеры же их могут быть определены только после построения соответствующих базисных цепочек циклических подпространств.

На практических занятиях студенты сами выбирали, как искать базис, и большинство выбрало второй способ как более наглядный и надежный в вычислительном плане.

При построении базиса можно задать корневые подпространства «картинками» и попросить, не вычисляя, объяснить, как строится базис.

Опыт показывает, что если на тему «Жорданова форма матрицы линейного оператора» отводится достаточно времени, то усвоение ее проходит успешно. Это подтверждает итоговая контрольная работа. Конечно, не стоит ограничиваться только вычислительными задачами, необходимо давать и более сложные примеры для сильных студентов.

Быть или не быть устным экзаменам?

В.С. Климов

В последнее время возникла тенденция замены устных экзаменов по математике письменным. Это характерно и для средней школы, и для вступительных экзаменов в вузы, и для студенческих экзаменов.

На взгляд докладчика, устный вступительный экзамен по математике для абитуриентов математических факультетов необходимо сохранить. Более того, считаю целесообразным проводить два устных экзамена, один по геометрии, другой - по алгебре и началам анализа. Это позволило бы уменьшить количество ошибок, допускаемых при отборе будущих студентов. Существование подобных ошибок хорошо известно и абитуриентам, и членам предметных комиссий. Ссылка на увеличение нервной нагрузки на абитуриентов неосновательна, потому что в настоящее время нагрузка является концентрированной, а в случае трех экзаменов она делилась бы на три легче переносимые доли.

Уровень знаний первокурсников постоянно снижается. Причина этого в неоправданном расширении перечня школьных дисциплин, попытках научить в школе всем наукам. Студентов приходится не только учить, но и переучивать, что гораздо труднее. Нельзя, например, полагаться на знания школьников математического анализа, поэтому совершенно недопустимо форсировать темпы изложения. Большая часть первого семестра следует посвятить введению в анализ. Достаточно отчетливо должны быть изложены свойства действительных чисел, особое внимание следует уделить аксиоме полноты, роль которой в школьной математике, как правило, не объясняется. Студентов надо обучать языку анализа, что делает устный экзамен по данной дисциплине совершенно необходимым. Не секрет, что лекторы часто не ведут за собой практических занятий, поэтому устный экзамен это единственная возможность для лектора установить непосредственный контакт со студентами.

Вместе с тем докладчик полагает, что для проверки знаний студентов по отдельным разделам допустимо устраивать письменные микроэкзамены. Это относится, например, к темам «Вычисление пределов», «Первообразные» и др., в которых велика роль умения и навыков. Такого рода микроэкзамены в виде коллоквиумов автор устраивает едва ли не в каждом семестре. Это оказывается полезным и для лектора, и для его слушателей: лектор на основе результатов коллоквиума корректирует темп и стиль изложения, студенты начинают отчетливее осознавать прорехи в знаниях.

Форма экзамена может выбираться лектором индивидуально, сообразно со спецификой предмета. Вместе с тем считаю желательным сохранить устный выпускной экзамен по математике. Это позволит преподавателям и студентам более трезво подходить к оценке успешности обучения в вузе, избежать самоуспокоенности и своевременно реагировать на возникающие проблемы.

Все ли новые образовательные технологии уместны на математических факультетах?

А.Ю. Колесов, А.Н. Куликов

Разница между математическим образованием и другими формами образования уже давно известна, и если не отмечается, то лишь по той причине, что о ней забывают или стараются забыть. Если речь идет о математике или математическом образовании, то свои математические знания, новые факты должны быть закреплены доказательными рассуждениями. Эти рассуждения иногда могут быть пропущены, но не по причине их ненужности, а ввиду их стандартности, априорной известности исследователю или студенту. В остальных отраслях знаний в большей или меньшей степени довольствуются тем, что Пойа назвал правдоподобными рассуждениями.

В последнее время в школьной математике прошли радикальные изменения. Причины этих изменений можно искать в разных сферах. Например, во введении единого государственного экзамена в форме тестирования. Эти изменения состоят в том, что школьная математика практически целиком избавилась от доказательства как математического метода и элемента обучения. В большей или меньшей степени выпускники просто не подозревают о том, что то или иное утверждение (формулу) следует доказывать (выводить). Но с другой стороны человек, изучающий математику (прикладную математику, информатику), должен учиться доказательным рассуждениям, это его профессия и отличительный признак его науки.

Поэтому как бы мы не жаловались на школьную подготовку, выправлять эти недостатки уже приходится в процессе университетского обучения. В то же время и в высшей школе периодически пытаются внедрить «новые» формы обучения и контроля. Так, в связи с подписанием Россией Болонской конвенции предусматривается постепенный переход на систему исключительно письменных экзаменов, составленных по принципу тестов. Такое нововведение, как нам кажется, не является отрицательным, если речь идет о преподавании математики для будущих инженеров, экономистов, но вряд ли допустимо как единственная форма на математических факультетах. Второе нововведение касается практической отмены индивидуальных форм работы со студентами. В частности, периодически возникают планы о фактической отмене курсовых работ в традиционной форме для математических факультетов и замене их курсовыми по «отдельным предметам». Последняя форма курсовых работ характерна для технических и гуманитарных специальностей и сводится к серии маленьких работ в виде небольших рефератов по тому или иному предмету, дисциплине. Предлагаемый вариант проведения курсовых работ, несомненно, улучшает знания по данной дисциплине, но в значительной мере не позволяет взглянуть на математику в целом, обратить внимание на связь между дисциплинами.

Во второй половине прошлого века в СССР и России сложилась довольно стройная система математического образования, которая в значительной мере учитывала специфичность математической науки. В последнее время дискутируются и отчасти внедряются методы, основанные на идее стандартизации образования. Последнее, как нам кажется, вряд ли применимо в полном объеме к математическому образованию.

Опыт формирования специализации по специальности 010200 «Прикладная математика и информатика» на кафедре дифференциальных уравнений

Ю.С. Колесов, А.Д. Пендюр

Научные интересы сотрудников кафедры дифференциальных уравнений весьма разнообразны – релаксационные колебания, математическая экология, биофизика, самоорганизация в природе и технике, автоволновые процессы, релейные автоматические системы и т.д. В связи с этим существенное значение имеет преподавание базисного курса «Обыкновенные дифференциальные уравнения» с целью привлечения наиболее талантливых студентов к обучению на кафедре. Этот стандартный курс целесообразно обогащать нестандартными задачами, объясняя это тем, что дифференциальные уравнения являются фундаментом современного естествознания. Дело в том, что само название «дифференциальные уравнения» порой отпугивают потенциальных студентов, которые, возможно, хотели бы специализироваться по нашей кафедре.

Поэтому при чтении курса «Обыкновенные дифференциальные уравнения» нам кажется необходимым отражать следующие вопросы: явления параметрического резонанса, повышение устойчивости за счет вибрационного воздействия, принцип конкурентного исключения Гаузе, классическая модель задачи хищник - жертва, задача двух тел, эллипс Кеплера и др.

Чтобы придать кафедре должное значение, следует рассматривать и другие привлекательные задачи, относящиеся к иным разделам математики. В качестве примеров можно, привести следующие задачи.

Колода, состоящая из 36 карт, раскладывается по порядку. Какова вероятность, что подряд три карты будут одной масти?

Следующая интересная задача связана с математическим моделированием. Автобус, вмещающий 20 пассажиров, проезжает 10 остановок. Допустим, что из одновременно вошедших в автобус на какой-то остановке пассажиров никакие два вместе не выходят. Какое максимальное число пассажиров может перевезти автобус?

Совсем простая задача: доказать, что из попарно различных кубиков больший кубик не складывается.

Реализация указанной программы в течение пяти лет привела к следующим результатам. Семь студентов получили правительственные стипендии, они же занимали призовые места в ежегодном конкурсе «Лучший студент года». Ими опубликованы 21 статья, из которых 8 в центральной печати. Двое выпускников защитили кандидатские диссертации.

Следует подчеркнуть, что появление выдающихся студентов в академических группах стимулирует учебную работу остальных студентов, что в целом приводит к улучшению качества образования.

Отметим, что подобных успехов можно достичь, только опираясь на индивидуальную работу со студентами в различных ее формах.

О преподавании дисциплины «Релейные автоматические системы» студентам специальности 010200 «Прикладная математика и информатика»

Ю.С. Колесов, А.Д. Пендюр

Релейные автоматические системы широко применяются в самых различных областях техники благодаря своей простоте и лучшим динамическим свойствам по сравнению с другими типами систем управления. Они описываются как обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и уравнениями с частными производными. По своему принципу работы релейные системы являются существенно нелинейными, и поэтому применение известных методов линеаризации здесь невозможно.

К числу важных понятий теории релейных систем относятся передаточная функция, частотная характеристика, временные характеристики, включающие импульсную и переходные характеристики.

Названная дисциплина читается в течение года студентам четвертого курса специализирующихся на кафедре дифференциальных уравнений. При изложе-

нии этого курса широко используются преобразования Лапласа и метод Фурье. Поскольку приходится повторять большой объем материала из курсов «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Теория функций комплексного переменного» и др., то нам кажется, что чтение данного курса, кроме того, помогает студентам лучше подготовиться к последующей сдаче государственных экзаменов.

В курсе дается описание систем автоматического регулирования и принципов их действия. Вводится понятие устойчивости состояния равновесия, излагается теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению и метод функций Ляпунова. Рассматриваются временные и частотные характеристики автоматических систем; приводятся примеры и изучаются свойства систем с кусочно-линейными характеристиками; прямое и непрямое управление; задача Лурье; теоремы Попова и Якубовича - Калмана. Приводится классификация релейных систем, изучаются уравнения и передаточные функции линейной части системы, а также уравнения релейных элементов. Изучаются преобразования Лапласа. Строятся и исследуются на устойчивость периодические решения релейных систем с использованием метода припасовывания и метода Фурье. Исследуются автоколебательные решения кусочно-линейных уравнений с распределенными параметрами.

Курс рассчитан на 72 часа. Проводятся индивидуальные занятия со студентами, результатами которых являются доклады, подготовленные студентами.

Следует отметить, что студенты недостаточно владеют методами теории функций комплексного переменного, методом Фурье и особенно операционным исчислением. Поскольку преобразования Лапласа очень широко используются специалистами по автоматическому управлению, то нам кажется, что операционное исчисление следует выделить в отдельный курс.

Некоторые аспекты преподавания курса «Уравнения с частными производными»

Е.П. Кубышкин

Курс «Уравнения с частными производными» читается студентам-математикам в 5-6-м семестрах в объеме 68 часов лекций и 68 часов лабораторных занятий.

Несколько слов о структуре курса. В курсе излагается линейная теория уравнений с частными производными второго порядка функций двух переменных. В первой части курса (это 40-42 час. лекций) рассматривается классификация уравнений второго порядка, изучаются классические решения уравнений колебания струны, уравнения теплопроводности, уравнений Лапласа и Пуассона, а также методы их построения.

Первая проблема, с которой приходится сталкиваться – это очень плохое знание студентами рядов Фурье и интеграла Фурье. Порою студенты не могут разложить в ряд Фурье элементарную функцию, не говоря уже об условиях сходимости. Этому приходится уделять значительное время как на лекциях, так и на лабораторных занятиях.

Вторая сложность – слабое знание теории функций комплексного переменного. Эти знания требуются студентам при изучении решений уравнений Лапласа – гармонических функций. Этот материал излагается студентам в конце 5-го, начале 6-го семестров. Курс «Теория функций комплексного переменного» читается в 5-м семестре. Студенты не знают теории конформных отображений, плохо знают теорию вычетов и теорему Коши, не знакомы с интегралом Шварца. Эти моменты в преподавании курса «Теория функций комплексного переменного» должны быть, на мой взгляд, учтены.

Во второй части курса уравнения с частными производным изучаются с позиций функционального анализа. Излагается энергетический подход к решению уравнений эллиптического типа. Вводится понятие оператора краевой задачи, энергетического пространства положительно определенного оператора, функционала энергии, обобщенного решения краевой задачи. Изучаются методы построения обобщенного решения и связь между обобщенным и классическим решениями. Студенты знакомятся с интегральными уравнениями Фредгольма второго рода. Доказывается альтернатива Фредгольма. На этой основе изучают задачу Штурма – Лиувилля с доказательством теоремы Стеклова. Все это позволяет рассмотреть смешанную краевую задачу для уравнений гиперболического и параболического типов. Для этих уравнений вводится понятие обобщенных решений, изучаются их свойства и связь с классическими решениями.

Основная сложность в преподавании этой части – слабое знание студентами основ функционального анализа. Используются такие понятия функционального анализа как гильбертово пространство, полнота пространства, базис в гильбертовом пространстве, разложимость по элементам базиса (ряд Фурье), теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве, симметричный вполне непрерывный оператор, свойства его собственных значений и собственных функций. На эти моменты мне хотелось бы обратить внимание лекторов, читающих курс «Функциональный анализ».

Несколько слов о лабораторных занятиях по курсу. Задачи по курсу, как правило, однотипные и их решение требует значительных вычислений. За одно занятие удается рассмотреть 2–3 задачи. Поэтому наряду с традиционной формой занятий студенты получают 7-8 индивидуальных заданий в течение курса по соответствующим темам, каждое из которых состоит из 4-5 задач. Эти задания студенты выполняют вне аудитории и отчитываются по ним, что является необходимым условием получения зачета и допуска к экзамену.

Об одном примере междисциплинарного взаимодействия в обучении студентов-математиков

Е.П. Кубышкин, В.Н. Матвеев

Курсы «Методы вычислений» и «Теоретическая механика» читаются параллельно студентам-математикам в 6–7-ом семестрах. Одновременно проводятся соответственно лабораторные и практические занятия.

В курсе «Методы вычислений» студенты изучают теорию интерполирования, численное дифференцирование функций, методы численного интегрирования, методы численной алгебры, методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными. Лабораторные работы по курсу выполняются на персональном компьютере и связаны с применением перечисленных выше методов к решению конкретных задач.

Курс «Теоретическая механика» обычно разделяют на два раздела: кинематику и динамику. Кинематика изучает движение системы материальных точек и твердого тела без учета действующих на них сил - с чисто геометрических позиций. Рассматриваются различные системы координат, способы задания положения систем материальных точек и твердого тела в пространстве при различных ограничениях (связях), методы определения скоростей и ускорений материальных точек. Это связано с вычислением производных функций, в том числе частных производных функций многих переменных в различных системах координат. Другой раздел механики – динамика – изучает движение механических систем в связи с причинами, вызывающими это движение. Основная задача динамики – написание дифференциальных уравнений движения механической системы и их анализ. Здесь фигурируют такие понятия механики как центр масс системы материальных точек (твердого тела), моменты инерции относительно осей, тензор инерции механической системы относительно точки, эллипсоид инерции, главные оси инерции. Определение перечисленных величин связано с вычислением определенных интегралов функций двух и даже трех переменных. Определение главных осей инерции – задача численной алгебры, связанная с приведением квадратичной формы к каноническому виду и построением ортогонального базиса, состоящего из собственных векторов некоторой симметричной матрицы. Анализ дифференциальных уравнений движения механических систем требует привлечения численных методов решения дифференциальных уравнений. В частности, методов решения с автоматическим шагом интегрирования.

Авторы считают целесообразным разработать лабораторный практикум по курсу «Методы вычислений», который наряду с традиционными математическими задачами содержал бы задания по теоретической механике, требующие привлечения численных методов. Это способствовало бы закреплению у студентов основных понятий и положений теоретической механики, знакомило бы с практическим применением вычислительных методов к решению конкретных прикладных задач, а также с некоторыми новыми понятиями. В частности, задача о движении твердого тела вокруг неподвижной точки, изучаемая в механике, требует анализа трех нелинейных дифференциальных уравнений – уравнений Эйлера, поведение решений которых может быть весьма сложным, в том числе хаотическим.

В настоящее время такая работа ведется на кафедре математического моделирования.

Использование PC для обучения математике на факультете психологии

В.В. Литвинов, О.И. Литвинова

В последние годы психологическая наука подготовила себя к переходу от периода первичного накопления эмпирического материала к периоду его систематизирования и осознания. Все более трудной становится задача структурной интерпретации результатов. Психологу приходится иметь дело с большими, труднообозримыми массивами информации, а, следовательно, строить свои суждения в условиях неопределенности. В такой обстановке нельзя не согласиться с тем, что применение методов *теории вероятностей* и *математической статистики* - наук, накопивших большой опыт построения выводов в ситуациях неполной информации, необходимо для психологии.

Однако и сейчас этот тезис иногда понимается однобоко: предполагается, что применение вероятностных методов - это *только инструмент* получения выводов из экспериментальных данных. На самом же деле эти методы давно перестали быть внешними, а все больше становятся *способом описания* психологических систем, т.е. языком самой психологии. Кроме того, теория вероятностей, и в особенности математическая статистика, позволяют эффективно решать задачу приобщения студентов-психологов к работе на PC и умению пользоваться библиотекой программ.

Это коренным образом меняет и задачи математической, в частности, вероятностной подготовки студентов-психологов. Обучение рецептурной статистике остается важным, но отодвигается на второй план. *Главной задачей выступает обучение принципам построения вероятностно-статистического языка: умению отобразить результаты, полученные внутри абстрактных моделей, на психологическую реальность.* Понятно, что для этого требуется и обучение математической символике, и ознакомление с математическими структурами, и накопление определенных навыков построения выводов.

Поэтому курс высшей математики на психологическом факультете строится таким образом, чтобы вначале была дана *необходимая*, с точки зрения математика, *подготовка* к восприятию курсов теории вероятностей и математической статистики.

Главный вывод, к которому мы подводим психологов, состоит в том, что кривая нормального распределения применяется для отражения непрерывных характеристик, в то время как при рассмотрении распределения случайных событий имеют дело с дискретными характеристиками, которые лишь в пределе можно описать нормальной кривой.

Введение понятия определенного и неопределенного интегралов позволяет определять числовые характеристики непрерывных случайных величин и, в частности нормального распределения, широко используемого психологами в своих практических задачах.

Необходимо отметить, что проверка статистических гипотез является благодатным материалом для алгоритмизации с использованием PC. Однако формальное обращение к соответствующей библиотеке программ может привести к непониманию студентами основных идей методов и неправильной трактовке полученных результатов.

Поэтому необходимо перед решением задач с использованием PC эти же задачи или хотя бы часть из них подробно разбирать с анализом влияния на результат ошибок 1, 2-го рода, мощности и критерия, объема и независимости выборки и т. д.

Очень важен системный подход к изложению материала, что позволяет создать устойчивую интеллектуальную модель восприятия нового и способность самостоятельно строить свои собственные системные представления изучаемого материала.

О преподавании математического анализа на очно-заочном отделении физического факультета

Н.Л. Майорова

На очно-заочном отделении физического факультета университета курс математического анализа рассчитан на три первых семестра по 8, 4 и 4 часа в неделю соответственно, куда включаются и лекционные часы и часы, отводимые для практических занятий. Причем в третьем семестре учебный план предусматривает изучение и вопросов теории функций комплексного переменного.

В связи с большим объемом теоретического материала и недостаточным количеством учебных часов возникают некоторые особенности проведения занятий на вечернем отделении. Специфику работы во многом определяет тот факт, что лекционный поток чаще всего не превосходит академической группы (25-35 человек) и что лекции и практические занятия проводятся одним и тем же преподавателем. Это позволяет более динамично и мобильно подходить к учебному процессу, применять смешанную форму обучения, когда нет лекции в чистом виде, а она перемежается с практическими занятиями по решению задач. При этом студентам на каждом занятии предлагается работать одновременно с двумя тетрадями. В «теоретической» тетради записывается излагаемый лектором материал, который иллюстрируется небольшим количеством примеров. После изложения каждого небольшого раздела курса в «практической» тетради учащиеся самостоятельно под руководством преподавателя решают типовые задачи для лучшего понимания и закрепления материала. При этом наиболее трудные упражнения один из студентов решает, стоя у доски. В противном случае учащийся при подготовке к зачету и экзамену может «утонуть» в объеме изложенного и «за деревьями не увидеть леса». Кроме того, еженедельно проводится контроль усвоения материала, для чего в конце занятия учащийся на персональной карточке выполняет предложенные по теме занятия задания. Часть теоретического материала (наиболее простого для понимания и частично изучаемого в средней школе) предлагается для самостоятельного изучения с обязательным реферативным изложением в отдельной тетради, наличие которой проверяется лектором.

Такие «школьные» приемы можно оправдать тем, что в силу большой занятости большинства слушателей им трудно выкраивать время для дополнительных занятий, и весь объем изучаемого материала может «упасть» на несколько дней подготовки к экзамену.

Перечень тем и вопросов, выносимых на экзамен, предоставляется студенту в начале каждого семестра. Так как большинство студентов приходят на занятия после работы, достаточно уставшие и с ослабленным вниманием, лекция не может служить только формой передачи информации. Во время лекции необходимо дополнительно создавать ситуацию, повышающую познавательную активность слушателей. Здесь преподаватель должен проявлять и достаточную долю артистизма, лекция должна нести эмоциональную окраску и излагаться с высокой степенью наглядности.

Ситуация усугубляется большой разнородностью студенческой аудитории. Примерно половина учащихся поступает сразу после окончания средней школы и имеет достаточно высокую математическую подготовку. Вторая же половина студентов поступает после продолжительного перерыва в учебе и имеет весьма значительные пробелы в элементарных знаниях.

В ходе занятий приходится в максимальной степени задействовать образно-ассоциативное мышление студента, когда для интерпретации математических фактов привлекаются бытовые аналоги из повседневной жизни. Облегчает учебный процесс и атмосфера доверительного партнерства между преподавателем и студентами.

Лабораторные работы по курсу «Методы вычислений»

В.Н. Матвеев

Ниже речь пойдет о группе лабораторных работах по курсу «Методы вычислений» на потоке М3 - М4. Цикл лабораторных работ состоит из 8 работ, которые, в свою очередь, разбиваются на четыре больших темы. Это итерационные методы решения линейных и нелинейных систем, аппроксимация и приближения в линейных пространствах, численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и разностные методы решения краевых задач для уравнений математической физики.

Лабораторная работа № 1 посвящена итерационным методам отыскания максимального по модулю собственного значения матрицы и соответствующему ему собственному вектору. Как известно, итерационный процесс строится по разным формулам в зависимости от того, является ли это собственное значение вещественным, кратным или комплексным. Поэтому студенту приходится перебирать различные итерационные процессы для получения сходящейся последовательности.

В лабораторной работе № 2 изучаются итерационные методы решения линейных систем. Здесь изучается метод простой итерации, метод Зейделя, методы градиентного спуска, а также методы под общим названием методы релаксации.

Следующая работа посвящена итерационным методам решения нелинейных алгебраических уравнений и систем. В качестве вариантов задания предлагаются метод Ньютона и различные варианты градиентных методов (метод скорейшего спуска, метод сопряженных градиентов и т. д.).

Теме «Аппроксимация в линейных пространствах» посвящена лабораторная работа № 4, где предлагается вычислить серию интегралов с использованием как стандартных квадратурных формул, так и квадратурных формул Гаусса, а также задачи по наилучшему приближению в линейных пространствах.

Следующие две лабораторные работы посвящены приближенным методам решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений и краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка. Для системы дифференциальных уравнений предлагается численно исследовать поведение решений в окрестности положений равновесия. Для приближенного нахождения решения краевых задач предлагается использовать метод стрельбы или различные варианты метода прогонки.

В лабораторной работе № 7 необходимо найти приближенное решение краевой задачи для уравнения теплопроводности в узлах сетки на заданном слое. В качестве вариантов задания предлагается использовать неявную схему или схему Кранка - Никольсона. Полученную сеточную задачу предлагается решить одним из методов прогонки или методом стрельбы, сравнив полученные результаты с решением по методу Фурье.

Заключительная лабораторная работа посвящена приближенному нахождению решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Здесь предлагается построить разностную аппроксимацию задачи и решит полученную систему линейных уравнений одним из итерационных методов из лабораторной работы № 2.

В дополнение наиболее успевающим студентам предлагается за определенные льготы на экзамене решить методом переменных направлений краевую задачу для многомерного уравнения диффузии.

Об особых формах проведения занятий по математике для студентов-юристов

Л.Б. Медведева, И.Р. Овсянникова

При обучении математике юристов немаловажное значение имеет система организации практических занятий.

Занятие должно быть интересным с познавательной точки зрения: на нем обязательно должны обсуждаться задачи, ориентированные на какие-либо области применения теоретических знаний и позволяющие решать профессиональные и жизненные проблемы. Концентрации внимания и формированию учебного интереса на занятии способствуют динамичное ведение занятия с применением разнообразных приемов вовлечения студентов в учебную деятельность и организация действий каждого отдельного студента. При этом особо следует выделять те виды действий, которые требуют концентрации внимания и умения строить умозаключения, правильно и четко анализировать ситуацию.

Хорошо зарекомендовала себя групповая форма работы. Она позволяет: 1) снять ощущение дискомфорта у той части студентов, которые имели проблемы с изучением математики в школе; 2) активизировать деятельность каждого студента в процессе усвоения знаний; 3) дифференцировать обучение в соответствии с различным уровнем усвояемости и темпом усвоения материала каждым студентом; 4) включить возможно большее число обучаемых в поисково-исследовательскую деятельность прямо на занятии; 5) создать условия для сотрудничества, взаимопомощи и выработки правильной самооценки своих знаний и умений.

Практиковалось проведение групповых занятий двух типов.

Первый сценарий предполагает работу в парах, когда действует принцип взаимообмена: каждый партнер что-то знает, и в паре они передают информацию друг другу, вырабатывая определенный план решения проблемы. Пары формируются из равносильных по знаниям и способностям студентов. Работа в парах встраивается в общую структуру занятия иногда несколько раз и составляет 15–20 минут. Карточки-задания выдаются каждому студенту в момент, когда осуществлена подготовка всей группы к работе в парах. Они содержат одинаковые задачи и упражнения, но имеется дополнительный более сложный вариант. В карточках, предназначенных для пары, одна или две задачи разнятся. Это сделано для того, чтобы партнеры могли самостоятельно контролировать друг друга. Среди упражнений присутствуют задания, проверяющие усвоение основных моментов теории, и задачи, на которых отрабатываются этапы алгоритмов решения более сложных задач.

В парах каждый студент работает спокойно в соответствии со своими способностями и темпераментом, при необходимости он своевременно получает индивидуальную консультацию товарища или преподавателя. Преподаватель имеет возможность в течение занятия выявить пробелы в усвоении материала, своевременно организовать помощь тем студентам, которым она необходима, оценить работу подавляющего большинства учащихся.

Решая задачи в парах, студенты действуют по образцу, но при этом они самостоятельно учатся анализировать, абстрагировать, проводить логический анализ данных, моделировать, а также считаться с мнением другого человека, аргументировать свою позицию, признавать свои ошибки.

Второй тип коллективной работы – это работа в малых группах, группах от 3 до 5 человек. Возможны разные сценарии работы в таких группах. Но в любом случае решение задачи становится известным и понятным каждому студенту, а письменная запись решений позволяет, объединив их в единое целое, создать банк образцов решения стандартных задач, которым, при желании, может воспользоваться любой из студентов при возникновении у него каких-либо затруднений.

Исторический подход и персоналии в спецкурсах по теории приближения функций

М.В. Невский

Из двух эквивалентных определений математики: *1) математикой называется наука, изучающая математические структуры,* и *2) математика есть то, чем занимаются математики,* - второе, безусловно, является более гуманитарным и в этом смысле более выразительным. За сухими научными результатами всегда стоят люди. Постижение математических истин есть путь развития способностей человека, совершенствования его характера и духа, так как это есть путь надежд, борьбы, радостей и разочарований. Студенты, выпускная квалификация которых содержит термин «математик», должны за время обучения в университете сформировать в себе такое понимание математического творчества. Преподавательская деятельность на математическом факультете, кроме достижения узких прагматических целей (становление программных знаний и навыков), должна решать более широкий круг задач математического просвещения, как идеологических, так и гуманитарных.

Исторический и, в частности, персональный подход в существенной степени являлся стержнем преподавания всех математических дисциплин, лектором которых был автор. В настоящем сообщении иллюстрируются некоторые черты этого подхода для спецкурсов по теории приближения («Теория приближения», «Прикладная теория приближения» и др.). Список персоналий этих дисциплин является весьма обширным.

В самом начале курса даётся представление об исторических этапах теории приближения (доисторическом, чебышёвском, новом и новейшем). Весьма интересным для аудитории является очерк о доисторическом этапе и даже о той его первой части, когда объектом приближения являлись лишь числа. Отмечается, например, что Архимед, получивший первые двусторонние оценки числа π с помощью вписанных и описанных n-угольников (лучшая из них $3\ ^{10}/_{71} < \pi < 3\ ^{1}/_{7}$ соответствует значению $n = 96$), фактически ввёл в употребление то, что позднее назвали *сплайн-аппроксимацией с ограничениями*. Много позднее X. Гюйгенс доказал, что метод Архимеда позволяет получить для тех же n значительно более точные оценки. «Вручную» число π было вычислено приблизительно с 700 знаками.

Приведём пример из другого раздела. Классический результат теории приближения - теорема Вейерштрасса (*непрерывная на отрезке функция может быть с любой точностью равномерно приближена алгебраическими многочленами*) - была доказана различными методами, которые вполне могут быть продемонстрированы студентам. К. Вейерштрасс сформулировал и доказал эту замечательную теорему в 1885 г., в возрасте семидесяти лет. Его доказательство использует сглаживание исходной функции с применением оператора свёртки. Короткое конструктивное доказательство теоремы Вейерштрасса, основанное на вероятностных соображениях, дал в 1912 г. С. Н. Бернштейн. Это доказательство даёт новый аппарат приближения - многочлены Бернштейна. Наконец, ещё одно элегантное доказательство теоремы Вейерштрасса принадлежит А. Лебегу (1898 г.). Доказательство Лебега базируется на возможности равномерной аппроксимации исходной функции ломаными (как в методе Архимеда!) и возможности равномерного приближения функции $|x|$ на отрезке $[-1,1]$ многочленами. Сравнение различных методов доказательства одной важной теоремы оказывается весьма поучительным.

Подобные исторические экскурсы делают предмет интересным и занимательным для студентов, а также воспитывают их эстетический вкус.

О развитии пространственного воображения у студентов – будущих преподавателей математики в рамках основной образовательной программы подготовки специалиста

Е.В. Никулина

Профессионально-педагогическая подготовка студентов в классическом университете осуществляется в рамках дополнительного образования, которое имеет ряд отличительных особенностей, сказывающихся, в частности, на геометрической подготовке будущих преподавателей математики.

Уровень геометрической подготовки будущих преподавателей во многом определяется Государственным образовательным стандартом подготовки математика. Геометрия в нем представлена рядом дисциплин, при изучении которых студенты получают представление только об аналитических методах геометрии, но не о ее строении в целом и различных методах, в частности, методах синтетической геометрии, составляющих основу школьного геометрического образования.

Геометрическое образование необходимо включает образный компонент. Под последним, в частности, понимается определенный уровень развития пространственного воображения. Способность к пространственному воображению – профессиональное качество, необходимое каждому учителю математики, и его можно развивать не только в рамках дополнительной профессионально-педагогической программы за счет вариативной составляющей, но и в рамках основной программы подготовки математика.

Как подтверждают исследования психологов, рефлексивное описание математиками хода своих мыслей, а также методология математики, в структуре мышления математика присутствует, помимо абстрактно-логического компонента оперирования математическими символами и абстрактными понятиями, и наглядно-образный компонент. Последний заключается в оперировании следующими типами образов: предметными, знаковыми, внутренними визуальными. Специфика математических образов состоит в том, что в большинстве своем они носят геометрический характер. В процессе своей деятельности математик может использовать их, по крайней мере, в двух случаях: в момент затруднения и когда сознательно ищется конкретная геометрическая интерпретация некоторой математической структуры. Таким образом, важно развивать наглядно-образное мышление у студентов в процессе обучения не только по дополнительной профессионально-педагогической программе, но и по основной образовательной программе подготовки математика, что неразрывно связано с развитием и его основной образной формы проявления – пространственного воображения.

Потенциал наглядно-образного мышления студентов целесообразно использовать в процессе обучения математике как средство, облегчающее усвоение нового абстрактного математического материала. Этот факт подтверждают современные представления о применении принципа наглядности в процессе обучения, а также современные исследования в области визуализации знаний.

Таким образом, развитие пространственного воображения у студентов, в частности, у будущих преподавателей математики во многом зависит от готовности преподавателей университета использовать геометрические образы в процессе преподавания базовых математических дисциплин. Указанная готовность выступает в качестве одного из условий развития пространственного воображения у будущих преподавателей в классическом университете.

Геометрические преобразования – основа машинной графики

Ф.И. Папоркова., Н.Б. Чаплыгина

Основная тема доклада – связь дисциплин, читаемых студентам математического факультета, которая способствует лучшему их усвоению и формирует взгляд на математику как на единое целое. Здесь речь пойдет о взаимной связи основных курсов «Геометрия и алгебра» и «Информатика», читаемых студентам-прикладникам 1 курса.

При изучении абстрактных математических теорий не всегда возможно проиллюстрировать их положения наглядными примерами. Но там, где это возможно, наглядные примеры позволяют лучше понять и усвоить теоретический материал. «Геометрия и алгебра» как учебная дисциплина очень геометрична по своей сути, она обладает широкими возможностями наглядной демонстрации геометрических фигур на плоскости и в пространстве в виде рисунков, эскизов. Однако данный подход не позволяет в полной мере понять сущность геометрических преобразований, связанных с движением фигур, проектированием. Сложившуюся ситуацию стало возможно изменить с появлением персональных компьютеров, которые позволяют изображать на дисплее движения геометрических объектов от самых простых параллельных переносов до сложных, комбинированных из сдвигов, поворотов, растяжения или сжатия изображения и др. Курс «Информатика» дает возможность использовать методы компьютерной графики для наглядной иллюстрации многих геометрических и алгебраических понятий и фактов: линейных операторов, в частности, проекторов, метода ортогонализации Грама - Шмидта и др. Все эти преобразования описываются с помощью матричных преобразований векторов или точек координатной плоскости и координатного пространства и являются объектами изучения в курсе «Геометрия и алгебра».

И с другой стороны, в курсе «Информатика» студенты знакомятся с методами представления, преобразования и хранения информации, изучают алгоритмы сортировки и организации различных структурных образований данных: массивов, списков различной сложности, деревьев, графов и др., в «Лабораторном практикуме на ЭВМ», а также на лабораторных занятиях по другим математическим дисциплинам реализуют полученные знания, создавая и отлаживая программы с выводом результатов на графический экран дисплея. В компьютерной графике большое значение имеют методы и способы геометрического моделирования, с которыми студенты знакомятся в курсе «Геометрия и алгебра». Модели, геометрические преобразования составляют в настоящее время основу теории компьютерной графики и геометрического моделирования. Необходимо помочь студентам использовать при выполнении своих лабораторных работ полученные знания о геометрических преобразованиях для грамотного построения на экране сложных графических изображений, как статических, так и анимационных. На младших курсах, когда студенты только начинают осваивать графические методы вывода информации, в качестве заданий для лабораторных работ можно использовать такие, как создание функций для матриц трансформации: параллельного переноса, масштабирования, поворота вокруг вектора, поворота на заданный угол вокруг каждой из осей x, y, z или поворота вокруг всех трех осей, которые выполняются единым образом - умножением матрицы некоего преобразования на вектор. Выполнение таких заданий будет способствовать и лучшему пониманию алгебраических и геометрических преобразований векторов в линейном пространстве.

Лабораторный практикум по программированию для студентов 1 курса математического факультета

О. П. Полякова

Информатика является одной из самых важных дисциплин естественнонаучного цикла в соответствии со спецификой нашего факультета. При изучении этой дисциплины основное внимание уделяется формированию алгоритмического мышления. Поэтому в качестве первого языка программирования выбран Паскаль, как достаточно простой и отлично структурированный язык, после изучения которого легко перейти на объектно-ориентированное программирование в среде Delphi.

В первом семестре студентам предлагается выполнить следующие лабораторные работы:

1) задача на цикл и условие, без применения массива. Например: дана последовательность из N целых чисел, найти сумму положительных и число соседств чисел разного знака.

2) Табулирование функции, заданной бесконечным рядом. С клавиатуры вводятся x и e (e - точность 0.001 - 0.00001), вычисления прекращаются, когда очередное слагаемое по модулю меньше точности. Например, $f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i x^{i+1}}{(i+2)i!}$. На первом этапе необходимо вывести на экран таблицу значений

i и суммы i слагаемых. Затем построить график этой функции. По оси абсцисс выводить i, по оси ординат - сумму i слагаемых. График с автоматической сменой масштаба в зависимости от значения x.

3) Задача на обработку одномерного массива. Например: даны два одномерных массива, требуется построить их пересечение.

4) Задача на строки. Например, дан текстовый файл. Если в данном тексте есть группа знаков, начинающаяся знаком «*», то в следующей по порядку группе знаков (если она существует) заменить каждый из знаков нулем.

5) Геометрическая задача с подключением графики и вводом данных из файла. Например, дано множество точек плоскости. Найти выпуклый четырехугольник максимального периметра с вершинами из этих точек и отобразить решение на экране.

6) Задача на процедуры, функции с обработкой двумерного массива. Вывести на экран меню (ввод матрицы с клавиатуры, из файла, вычисление характеристики, преобразование матрицы, печать матрицы, выход). Характеристика оформляется в виде функции с параметрами - значениями, преобразование в виде процедуры параметрами - переменными. Например, характеристика: индексы максимального элемента матрицы четны, преобразование: повернуть внешний контур матрицы на 90^0 по часовой стрелке, второй контур на 90^0 против часовой стрелки.

7) Обработка односвязного линейного списка. Например, если элементы списка целые числа, упорядочить список или удалить элемент с заданным номером.

Первые лабораторные работы должны быть небольшими по объему или допускать поэтапную сдачу, чтобы с одной стороны студенты получали стимул к дальнейшей работе, с другой преподаватель мог проконтролировать и оценить способности каждого и в дальнейшем выдавать задания с учетом индивидуальных особенностей обучающихся.

Представленный перечень лабораторных работ содержит необходимый материал для поддержки классического курса по программированию. Введение курсового проекта по информатике позволяет обратиться к задачам, интересным с алгоритмической точки зрения, программированию игр, головоломок, и т.д.

О преподавании основ теории алгоритмов в дисциплине «Информатика» для студентов специальности 010200 «Прикладная математика и информатика»

В.С. Рублев

Необходимость алгоритмической направленности в преподавании дисциплин для специальности «Прикладная математика и информатика» не вызывает сомнения. Однако помимо способности разрабатывать алгоритмы выпускник должен уметь ответить на вопросы: всегда ли возможна разработка алгоритма, как определить эффективность алгоритма, всегда ли можно построить эффективный алгоритм. Эти вопросы являются предметом основ теории алгоритмов, включаемой в программу дисциплины «Информатика» в 3-м семестре.

В первой части лекционного курса рассматриваются 3 уточнения понятия алгоритма: машины Тьюринга, частично-рекурсивные функции и нормальные алгоритмы Маркова. Обосновывается эквивалентность этих уточнений и доказывается существование алгоритмически неразрешимых проблем.

Вторая часть курса посвящена одной из самых важных характеристик сложности алгоритма – трудоемкости алгоритмов и задач. На примере многочисленных и очень важных для информатики алгоритмов задач поиска информации и сортировки исследуется эта характеристика. Теоретический материал лекций подкрепляется лабораторной работой практикума на ЭВМ «Сортировка и поиск. Временная сложность алгоритма», в которой каждый студент в работе с индивидуальным заданием, связанным с одним из алгоритмов сортировки или поиска информации, должен определить трудоемкость алгоритма, разработать программу и исследовать ее характеристики временной сложности.

Третья часть курса посвящена классу NP трудоемкости задач. Вводятся важные в этой теории понятия недетерминированного полиномиального алгоритма и NP-полной задачи, обосновывается существование таких задач (теорема Кука). Рассматриваются методы доказательства NP-полноты задач, а также некоторый список наиболее встречаемых дискретных NP-полных задач.

В четвертой части курса рассматриваются модели языков программирования, связанные с уточнениями понятия алгоритм. Показывается, что большинство используемых языков программирования связано с моделью машин Тьюринга (модель фон-Неймана). Однако модель Маркова языков программирования, основанная на понятии нормального алгоритма Маркова, содержит многие языки «искусственного интеллекта»: ПРОЛОГ, РЕФАЛ. К модели Маркова также принадлежит язык Бэкуса, в котором вводится алгебра программ.

В целом преподавание Основ теории алгоритмов должно позволить выпускнику грамотно подходить к построению и выбору алгоритмов, к исследованию характеристик их временной сложности.

›бенности спецкурса «Математические модели» для студентов 4 курса специальности 010200 «Прикладная математика и информатика», :циализирующихся на кафедре математической кибернетики

Н.Б. Федотов

елью спецкурса является приобретения студентами навыков решения за- эзникающих в различных областях науки и техники и требующих для решения построения математической модели. При этом наиболее полез- для достижения поставленной цели являются задачи, формулируемые мально. А именно в таком виде задачи и возникают, как правило, в при- ых областях. Построение математической модели задачи и формулировка эмальной постановки вызывают, как показала практика преподавания, тельные трудности у студентов. Это и естественно, так как на протяжение обучения они имеют дело либо с чисто математическими дисциплинами, и как математический анализ и алгебра, либо с математическими дисцип- и прикладной направленности, такими как исследование операций, в ко- рассматриваемые задачи формулируются, как правило, уже в формаль- эстановке.

)бсуждаемые на спецкурсе задачи даются студентам в неформальной по- зке. Затем под руководством преподавателя организуется разбор предла- х студентами способов ее формализации. Обсуждаются предлагаемые тами переменные для описания системы и зависимости между перемен- , а также функционалы, подлежащие оптимизации. При этом часто возни- дискуссии и споры между сторонниками разных подходов к построению атической модели рассматриваемой системы. Роль преподавателя состоит , чтобы дать оценку сильных и слабых сторон этих подходов.

Важным вопросом, возникающим при построении математической модели, тся выбор уровня ее абстракции. Например, при моделировании динамики нности популяции при некоторых условиях можно абстрагироваться от ранственной протяженности ареала ее обитания и рассматривать нерас- ленную модель динамики численности. При этом всегда необходимо об- ть внимание студентов на то, что каждая модель как абстракция имеет ицы своего применения и эти границы обязаны входить в описание модели. На спецкурсе рассмотрение задач не заканчивается, как правило, только оением математической модели изучаемой системы. Большое значение акрепления материала других математических курсов имеет анализ по- енной модели и доведение задачи до конечного результата.

Большое значение для успешного проведения занятий является подбор за- Эти задачи с одной стороны должны быть достаточно трудными, чтобы емонстрировать все сложности, возникающие при построении математиче-

ских моделей, а с другой стороны эти задачи должны быть доступными для решения студентами.

К числу наиболее удачных задач можно отнести следующие:

1. Определение оптимального числа газет, которые газетчик покупает оптом для продажи, а затем сдает непроданные как макулатуру.

2. Определение оптимального срока замены оборудования на новое.

3. Построение математической модели динамики численности популяции с ограниченными пищевыми ресурсами.

4. Построение математической модели динамики численности двух популяций, борющихся за общую пищу.

Необходимы обобщающие курсы

В.Ф. Чаплыгин

За время обучения на математическом факультете студент изучает множество различных математических дисциплин. Но далеко не каждый студент, особенно на первом-втором курсах, в состоянии усвоить огромный объем сложного для восприятия материала, выделить главные идеи и методы в изучаемых курсах, увидеть перспективу. Кроме того, как нам кажется, студенты сильно перегружены на младших курсах, они буквально «завалены» огромным количеством математических фактов, теорем, понятий, и не умея правильно организовать работу, самостоятельно выбраться из этого «завала» многие из них не могут. Но именно в это время закладывается фундамент математического образования: математический анализ, теория множеств, алгебра, геометрия, информатика, дифференциальные уравнения и др. Студент зачастую не видит связей как между математическими дисциплинами, так и различными разделами внутри отдельных дисциплин, без чего знания прочными быть не могут. А ведь «как полезно иногда оторваться от деревьев и поглядеть на лес», писал А.Я. Хинчин.

На старших курсах превалируют специальные дисциплины, содержание которых может глубоко усвоить лишь небольшая часть студентов. Все это приводит к тому, что на выходе «средний» студент имеет весьма посредственные знания, что подтверждают результаты аттестационных и государственных экзаменов, защиты квалификационных и дипломных работ.

На наш взгляд, наряду с «ликбезом», который организуется на факультете много лет в виде обзорных лекций на последнем курсе перед государственными экзаменами, требуется введение обобщающих или синтезированных курсов, в которых можно было бы ретроспективно проследить развитие основных идей и понятий математики. К ним можно отнести понятия числа, отображения, предела, дифференцируемости, интеграла, пространства и др. Так говоря об отображении можно построить цепочку

$$f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, \quad \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}, \quad \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}, \quad \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m,$$

и далее отображений в бесконечномерных пространствах, в том числе, метрических и топологических. Для этих же случаев проследить развитие понятия дифференцируемости отображения. Очень полезно дать развитие понятия интеграла: Римана - Коши, Лебега, Стилтьеса, Данжуа - Перрона - Хинчина. В связи с этим можно рассмотреть задачу о восстановлении первообразной по ее производной (имеется в виду конечной производной), т. е. в каких случаях имеет место равенство $f(x) = f(a) + \int_a^x f'(t)dt$. Когда это можно сделать с помощью интеграла Римана, когда с помощью интеграла Лебега; наконец, для любой конечной производной задача решается с помощью интеграла Данжуа - Перрона - Хинчина.

Частично эти задачи можно решать на заключительном этапе изучения основных дисциплин, в специальных курсах, в том числе, в курсе истории и методологии математики. А может быть, для решения этих проблем имеет смысл создать новый курс, чтение которого целесообразно было бы поручить самым опытным профессорам и лучшим педагогам.

Список авторов

Балабаев В. Е.
Башкин М. А.
Бестужева Л. П.
Большаков Ю.И.
Бродский Г. М.
Бычкова Т. Г.
Глызин С. Д.
Дольников В. Л.
Дурнев В. Г.
Иродова И. П.
Климов В. С.
Колесов А. Ю.
Колесов Ю. С.
Краснов В. А.
Кубышкин Е. П.
Куликов А. Н.
Литвинов В. В.
Литвинова О. И.
Лоханин М. В.
Майорова Н. Л.
Матвеев В. Н.
Медведева Л. Б.
Мячин М. Л.
Невский М. В.
Никулина Е. В.
Овсянникова И. Р.
Папоркова Ф. И.
Пендюр А. Д.
Полякова О. П.
Рублев В. С.
Стрелков Н. А.
Федотов Н. Б.
Чаплыгин В. Ф.
Чаплыгина Н. Б.
Яблокова С. И.

Научное издание

Преподавание математики
в классическом университете

Тезисы докладов научно-методической конференции преподавателей математического факультета Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова

Компьютерная верстка И.Н. Иванова

Подписано в печать 12.01.2005. Формат 60x84/16. Бумага тип.
Усл. печ.л. 2,35. Уч.-изд. л. 2,5. Тираж 70 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен редакционно-издательским отделом
Ярославского государственного университета

Отпечатано на ризографе
150000 Ярославль, ул. Советская, 14